Hamiltonian μονοπάτι

ΕΛΛΑΔΑ 2008
Ανάπτυξη παντού. Ανάπτυξη για όλους.
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΕΘΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ ΕΠΕΑΕΚ
ΕΥΡΩΠΑΪΚΗ ΕΝΩΣΗ
ΣΥΓΧΡΗΜΑΤΟΔΟΤΗΣΗ
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Η ΠΑΙΔΕΙΑ ΣΤΗΝ ΚΟΡΥΦΗ
Επιχειρησιακό Πρόγραμμα Εκπαίδευσης και Αρχικής Επαγγελματικής Κατάρτισης

Hamiltonian μονοπάτι

- Δίνεται ένας βεβαρημένος γράφος $G(V, E)$ με μη κατευθυνόμενες ακμές, $|V| = n$

Hamiltonian μονοπάτι

- Δίνεται ένας βεβαρημένος γράφος $G(V, E)$ με μη κατευθυνόμενες ακμές, $|V| = n$
- Θεωρούμε ένα ελάχιστο δένδρο επικάλυψης T

- Δίνεται ένας βεβαρημένος γράφος $G(V, E)$ με μη κατευθυνόμενες ακμές, $|V| = n$
- Θεωρούμε ένα ελάχιστο δένδρο επικάλυψης T
- Ως d_i^T συμβολίζουμε το βαθμό του κόμβου i στο T

- Δίνεται ένας βεβαρημένος γράφος $G(V, E)$ με μη κατευθυνόμενες ακμές, $|V| = n$
- Θεωρούμε ένα ελάχιστο δένδρο επικάλυψης T
- Ως d_i^T συμβολίζουμε το βαθμό του κόμβου i στο T
- Ορίζουμε τη ποσότητα $E_T = \sum_{i=1, d_i^T > 2}^{n} (d_i^T - 2)$ ως εγγύτητα του T σε Hamiltonian μονοπάτι

- Δίνεται ένας βεβαρημένος γράφος $G(V, E)$ με μη κατευθυνόμενες ακμές, $|V| = n$
- Θεωρούμε ένα ελάχιστο δένδρο επικάλυψης T
- Ως d_i^T συμβολίζουμε το βαθμό του κόμβου i στο T
- Ορίζουμε τη ποσότητα $E_T = \sum_{i=1, d_i^T > 2}^{n} (d_i^T - 2)$ ως εγγύτητα του T σε Hamiltonian μονοπάτι
- Σε ένα Hamiltonian μονοπάτι H ισχύει $E_H = 0$

Θεωρούμε ως πρόβλημα να βρούμε ένα ελάχιστο δένδρο επικάλυψης T χωρίς κανένας κόμβος i να έχει βαθμό $d_i^T > 2$, Θεωρούμε ως πρόβλημα να βρούμε ένα ελάχιστο δένδρο επικάλυψης T χωρίς κανένας κόμβος i να έχει βαθμό $d_i^T > 2$, $d_i \neq 0 \Rightarrow d_i = \begin{cases} 1 \\ 2 \end{cases}$

Θεωρούμε πως υπάρχουν q ακμές με βαθμό 1 και $n - q$ με βαθμό 2

Θεωρούμε ως πρόβλημα να βρούμε ένα ελάχιστο δένδρο επικάλυψης T χωρίς κανένας κόμβος i να έχει βαθμό $d_i^T > 2$, $d_i \neq 0 \Rightarrow d_i = \begin{cases} 1 \\ 2 \end{cases}$

Θεωρούμε πως υπάρχουν q ακμές με βαθμό 1 και $n-q$ με βαθμό 2

Έστω m_T οι ακμές του δένδρου επικάλυψης T

$$m_T = \tfrac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} d_i^T = \frac{1}{2}[q+2(n-q)] = n - \frac{q}{2}$$

Hamiltonian μονοπάτι

Θεωρούμε ως πρόβλημα να βρούμε ένα ελάχιστο δένδρο επικάλυψης T χωρίς κανένας κόμβος i να έχει βαθμό $d_i^T > 2$, $d_i \neq 0 \Rightarrow d_i = \begin{cases} 1 \\ 2 \end{cases}$

Θεωρούμε πως υπάρχουν q ακμές με βαθμό 1 και $n - q$ με βαθμό 2

Έστω m_T οι ακμές του δένδρου επικάλυψης T

$$m_T = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} d_i^T = \frac{1}{2}[q + 2(n-q)] = n - \frac{q}{2}$$

Αφού γνωρίζουμε πως το T είναι δένδρο με n κόμβους ισχύει

$$\left.\begin{array}{l} m_T = n - 1 \\ m_T = n - \frac{q}{2} \end{array}\right\} \Rightarrow n - 1 = n - \frac{q}{2} \Rightarrow q = 2$$

Επίλυση με Branch and Bound

Έστω γράφος $G(V, E, C)$

$$C = \begin{array}{c|cccccc} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \hline 1 & 0 & 4 & 10 & 18 & 5 & 10 \\ 2 & 4 & 0 & 12 & 8 & 2 & 6 \\ 3 & 10 & 12 & 0 & 4 & 18 & 16 \\ 4 & 18 & 8 & 4 & 0 & 14 & 6 \\ 5 & 5 & 2 & 18 & 14 & 0 & 16 \\ 6 & 10 & 6 & 16 & 6 & 16 & 0 \end{array}$$

Επίλυση με Branch and Boundς

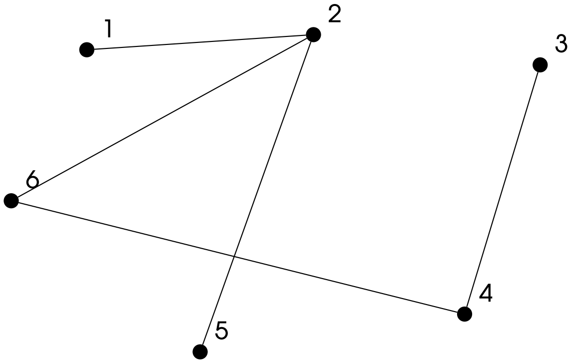
- Βρες το ελάχιστο δένδρο επικάλυψης

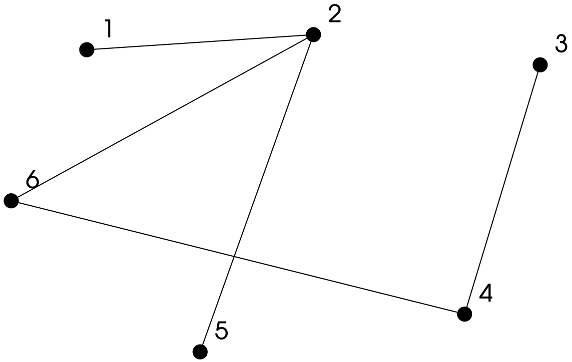
Επίλυση με Branch and Bounds

- Βρες το ελάχιστο δένδρο επικάλυψης
- Αν υπάρχει κόμβος με βαθμό d μεγαλύτερο από 2 πρέπει να αφαιρεθεί τουλάχιστον $d - 2$ ακμές

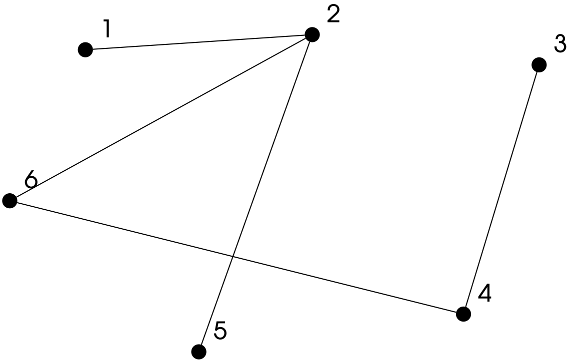
Επίλυση με Branch and Boundς

- Βρες το ελάχιστο δένδρο επικάλυψης
- Αν υπάρχει κόμβος με βαθμό d μεγαλύτερο από 2 πρέπει να αφαιρεθεί τουλάχιστον $d - 2$ ακμές
- Εφάρμοσε τη μέθοδο Branch and Boundπάνω στις μεταβλητές απόφασης των ακμών για την εύρεση Hamiltonian μονοπατιού


1
2
3
6
4
5



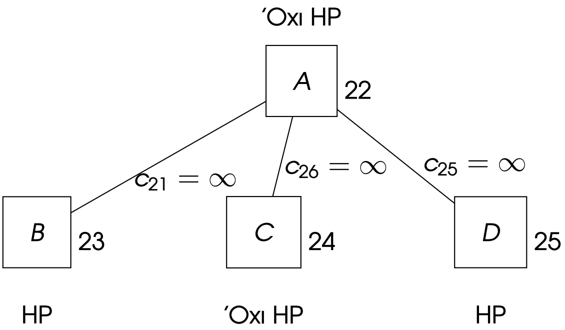
$T^*(A) = 22,\ d_2^T = 3$

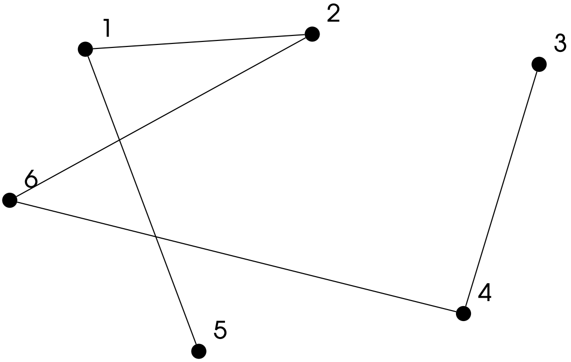


$T^*(A) = 22$, $d_2^T = 3$

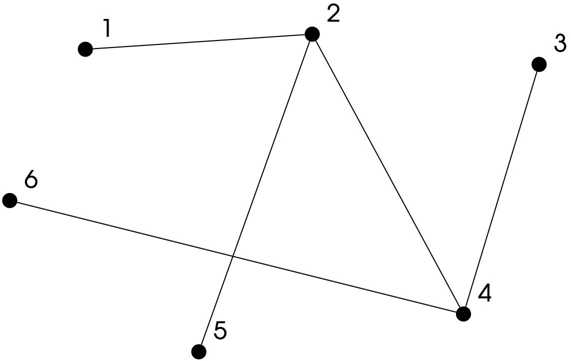
Μια από τις ακμές $(2, 1)$ $(2, 5)$ $(2, 6)$ πρέπει να διαγραφούν

Επίλυση με Branch and Bound

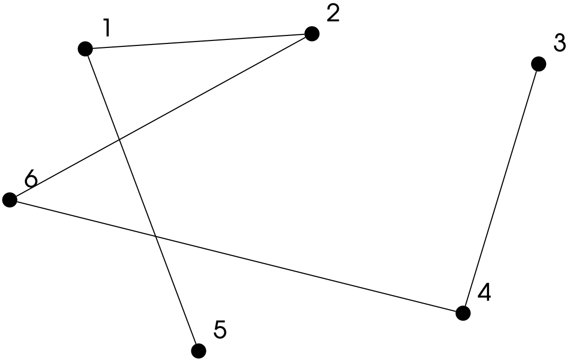




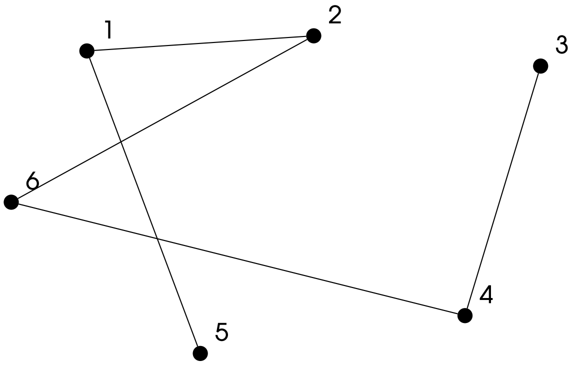
$$T^*(B) = 23$$



$T^*(C) = 24$



$$T^*(D) = 25$$



$T^*(D) = 25$

Κοντά στο βέλτιστο!